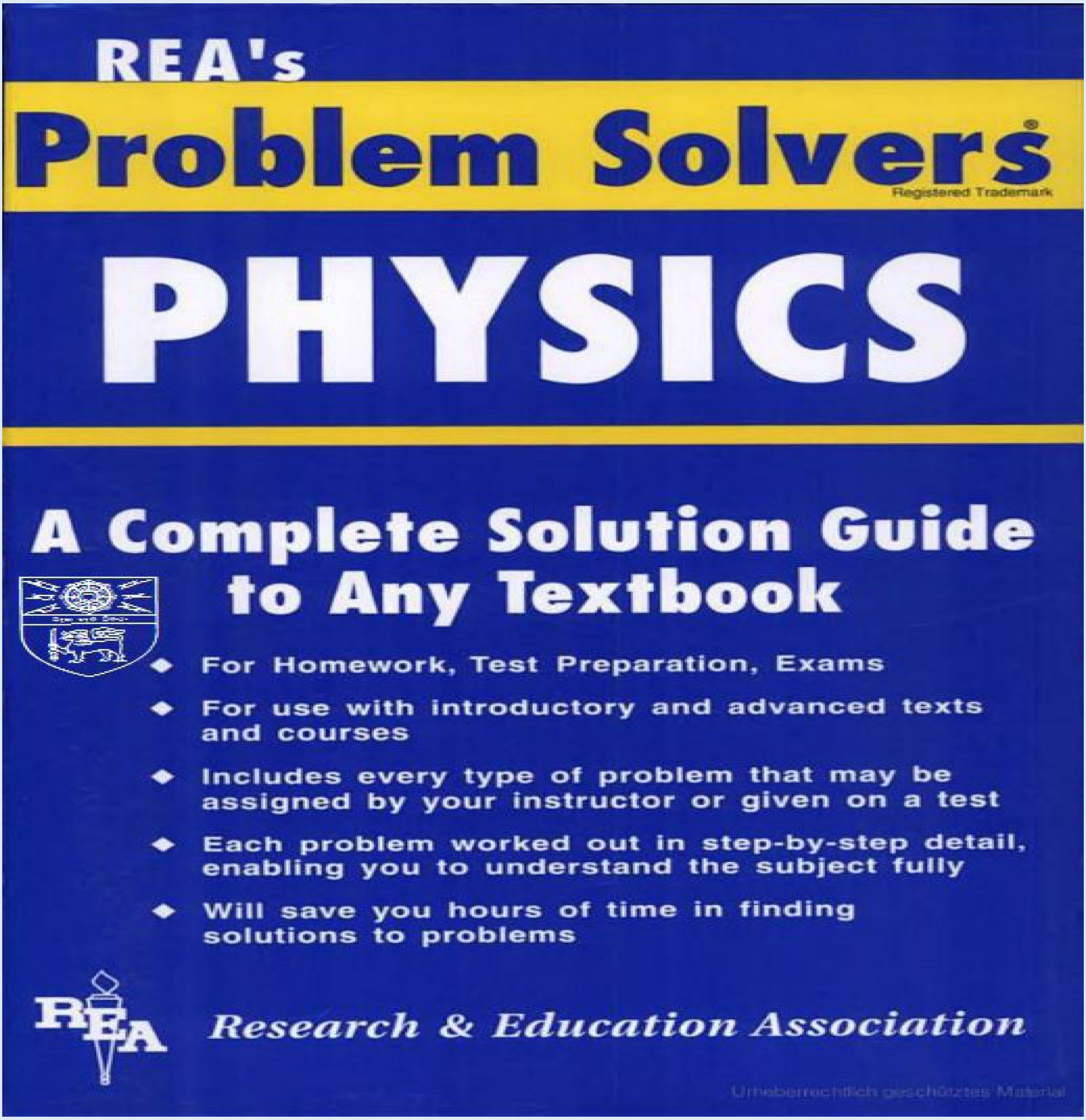
Probleme rezolvate de fizică

TRADUCERE DE **Nicolae Coman**

după lucrarea



THE PHYSICS
PROBLEM SOLVER®

Year 2004 Printing

Printed in the United States of America

Library of Congress Control Number 99-75908

International Standard Book Number 0-87891-507-9

Contents

VECTORI

MODUL DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

Fizica operează cu diverse obiecte geometrice ca: scalari, vectori, tensori. Un scalar este o mărime fizică ce este caracterizată numai prin mărime, cum ar fi lungimea, temperatura, masa. În schimb, un vector (v. **fig. 1**) este caracterizat nu numai prin mărime (modul), ci şi prin direcţie şi sens. Exemple de vectori: viteză, forţă, deplasare. Vectorii sunt reprezentaţi ca nişte săgeţi, al căror vârf indică sensul, iar lungimea corespunde modulului.
Cu excepţia domeniului relativităţii, vectorii au două dimensiuni (în plan)sau trei (în spaţiu).

Tensorii sunt mărimi cu caracter general, corelaţi matricelor, notaţi sub forme ca x_{ij} sau x_{ijk}.
Printre exemple de tensori se pot cita: tensorul delta al lui **KRONECKER** δ_{ij} (v. Cap. *Mişcare giroscopică*), tensorul deformare ε_{ij} şi tensorul conductivitate σ_{ij}.
Scalarul este un tensor de grad zero (scris ca un x fără indice), iar vectorul este un tensor de gradul întâi (notaţi ca x_i , cu un singur indice).

Considerăm doi vectori deplasare reprezentaţi în coordonate carteziene astfel:

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\,\hat{y} = (A_x, A_y) \quad \text{şi} \quad \vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} = (B_x, B_y).$$

Primul mod de notare apelează la vectorii unitari ai axelor (versori), al doilea utilizează coordonatele.

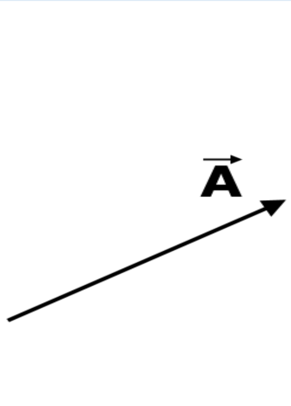


Fig. 1

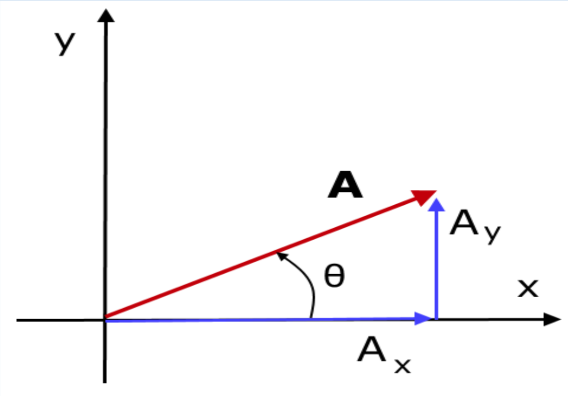


Fig. 2

Modulul vectorului $\vec{A}$ poate fi determinat cu teorema lui **PITAGORA**:

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}\,,$$

iar direcţia este dată de unghiul θ cu proprietatea $\tan\theta = A_y/A_x$.
Se mai pot utiliza şi relaţiile: $\sin\theta = A_y/A$ şi $\cos\theta = A_x/A$.

Doi vectori $\vec{A}$, $\vec{B}$ pot fi însumaţi (v. **fig. 3**) şi se obţine suma sau rezultanta:

$$\vec{R} = (R_x\,, R_y) = (A_x + B_x\,, A_y + B_y).$$

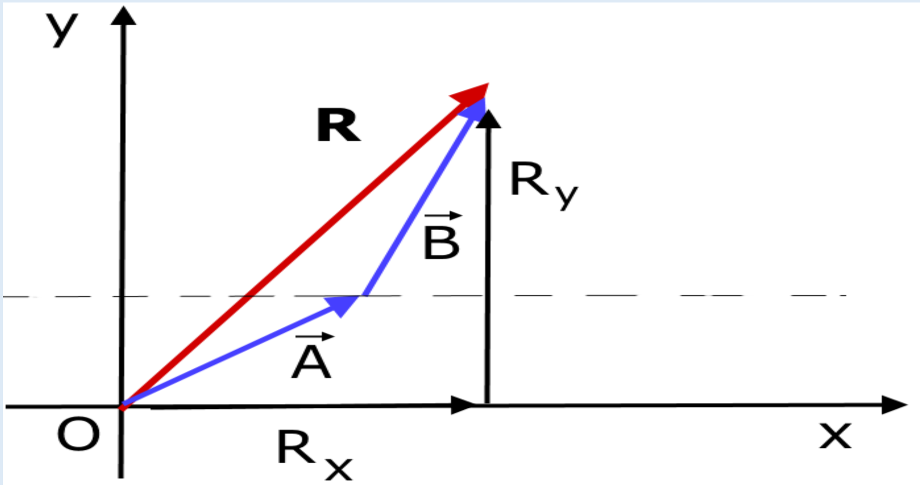


Fig. 3

Direcţia vectorului rezultant se obţine din $\theta = \arctan(R_y/R_x)$, deoarece $\tan\theta = R_y/R_x$.
La fel stau lucrurile în cazul diferenţei a doi vectori.
Adunarea vectorilor poate fi generalizată şi pentru mai mulţi vectori, dar şi în spaţiul tridimensional:

$$\vec{R} = (A_x + B_x + C_x)x + (A_y + B_y + C_y)y + (A_z + B_z + C_z)z\,,$$

unde din nou s-au utilizat vectorii unitari.
În afară de metoda utilizării componentelor, o altă metodă de adunare a vectorilor este metoda paralelogramului (**Newton**) : Se translatează unul din vectori cu originea în extremitatea celuilalt şi se aplică teorema cosinusului:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\angle R}\,,$$

unde, în **fig. 3**, $\angle R = \theta_A + 180^0 - \theta_B$.
Teorema sinusurilor ne dă: $\sin\angle R/R = \sin B/B$.
Astfel se poate determina $\angle B$ şi de aici se poate obţine direcţia rezultantei: $\theta = \theta_A + \angle B$.

Vectorii nu pot fi înmulţiţi sau împărţiţi precum scalarii, dar se pot defini două tipuri de produs:
⋆ *produsul scalar* al vectorilor $\vec{A}$ şi $\vec{B}$ este scalarul $C = \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z C_z$. Un exemplu de utilizare a produsului scalar: calculul lucrului mecanic efectuat de o forţă pe o anumită distanţă.
⋆ *produsul vectorial* al vectorilor $\vec{A}$ şi $\vec{B}$ este vectorul $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$, unde:

$$\vec{C} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{z}.$$

De exemplu, dacă A este îndreptat în direcţia axei Ox, iar B în direcţia lui Oy, atunci $\vec{C} = A_z B_y \hat{z} = AB\hat{z}$.
Deci produsul vectorial are modulul dat de $C = AB\sin\theta$, θ fiind unghiul dintre ***A*** şi ***B*** şi direcţia dată de *regula mâinii drepte*: dacă degetele mâinii drepte indică rotirea lui ***A*** peste ***B***, atunci degetul mare va indica sensul vectorului ***C***. Astfel dacă vectorii ***A*** şi ***B*** se află în planul xOy, atunci vectorul ***C*** se află în direcţia lui Oz.
Produsul vectorial este utilizat pentru determinarea momentului realizat de o forţă în raport cu un punct.

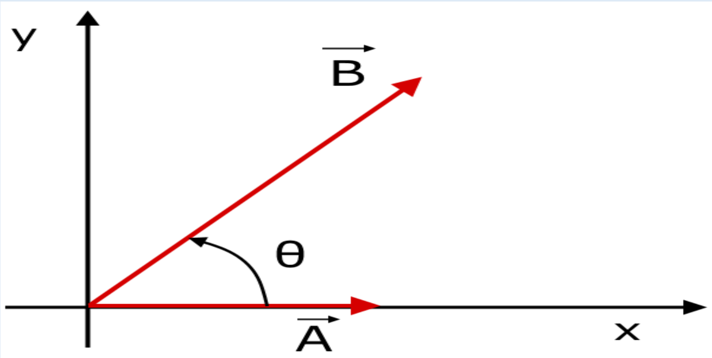


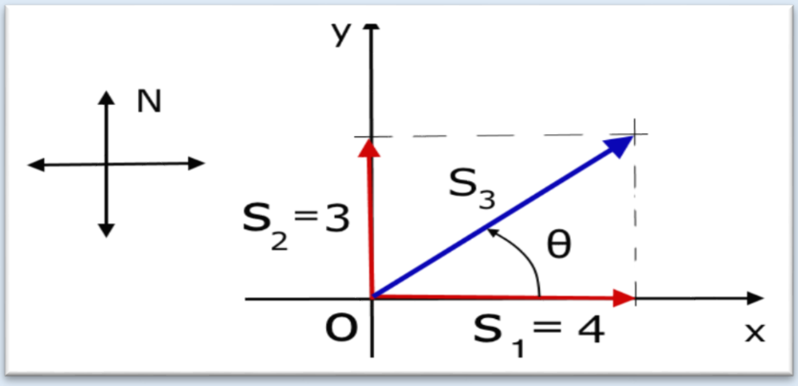
Fig. 4

GENERALITATI DESPRE VECTORI

Problema 1

Determinaţi rezultanta vectorilor $\vec{S_1}$ şi $\vec{S_2}$ prezentaţi în figură.

Soluţie.



Din teorema lui **PITAGORA** , $S_1^2 + S_2^2 = S_3^2$, adică $4^2 + 3^2 = S_3^2$ şi se obţine $S_3 = 5$ unităţi. Direcţia lui S_3 este indicată de unghiul θ pe care acesta îl formează cu S_1.

$$\sin\theta = S_2/S_3 = 0{,}6 \text{ ne dă } \theta \approx 37^o.$$

Aşadar, rezultanta S_3 reprezintă o deplasare de 5 unităţi din 0 în direcţia dată de 37^0 de la est către nord.

Problema 2

Trei forţe care acţionează în acelaşi punct:

$$\vec{F_1} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k},$$
$$\vec{F_2} = -\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k},$$
$$\vec{F_3} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}.$$

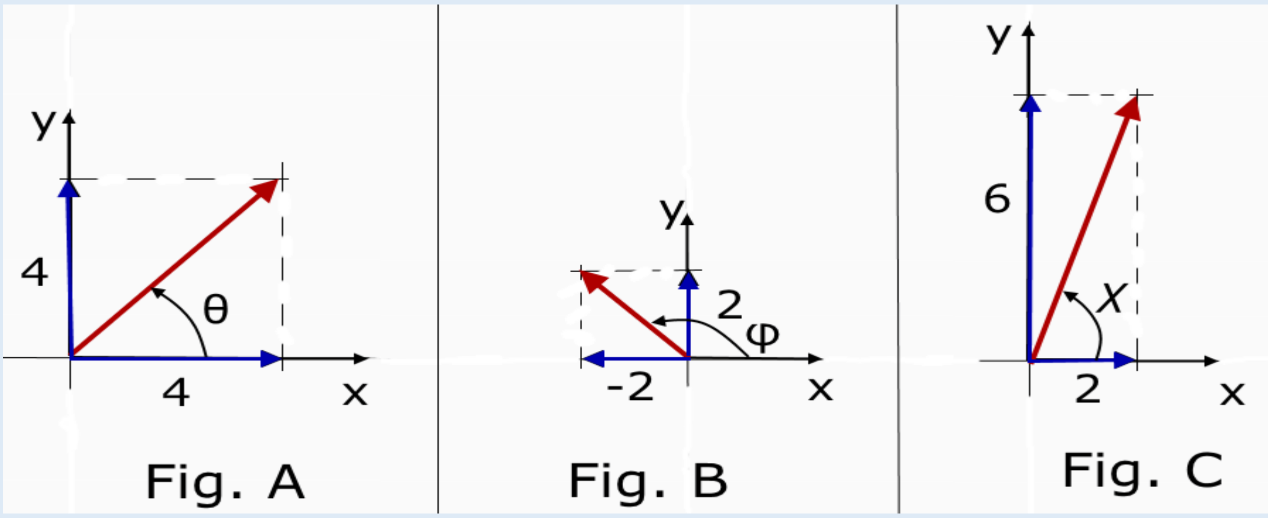
Să se determine direcţia şi modulul vectorilor:

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}, \qquad \vec{F_1} - \vec{F_2} + \vec{F_3} \text{ şi } \vec{F_1} + \vec{F_2} - \vec{F_3}.$$

Soluţie.

La adunarea (sau scăderea)vectorilor, componentele acestora se adună (sau se scad) algebric:

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = (2 - 1 - 1)\hat{\imath} + (-1 + 3 + 2)\hat{\jmath} + (3 + 2 - 1)\hat{k}$$



În mod similar:

$$\vec{F_1} - \vec{F_2} + \vec{F_3} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 0\hat{k} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}.$$
$$\vec{F_1} + \vec{F_2} - \vec{F_3} = 2\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 6\hat{k} = 2\hat{\imath} + 6\hat{k}.$$

Vectorul $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$ are componentă nulă pe direcţia axei Ox, o componentă de 4 unităţi pe direcţia axei Oy şi alta de 4 unităţi pe direcţia lui Oz.

La fel pentru vectorii $\vec{F_1} - \vec{F_2} + \vec{F_3}$ şi $\vec{F_1} + \vec{F_2} - \vec{F_3}$.

Problema 3

Considerăm vectorul:

$$\vec{A} = 3\,\hat{x} + \hat{y} + 2\hat{z}$$

(***a***) Determinaţi lungimea vectorului $\vec{A}$.

(**b**) Care este lungimea proiecţiei lui $\vec{A}$ pe planul Oxy?

(**c**) Construiţi un vector situat în planul Oxy şi perpendicular pe $\vec{A}$.

(**d**) Construiţi vectorul unitate $\hat{B}$.

(**e**) Determinaţi produsul scalar dintre $\vec{A}$ şi vectorul $\vec{C} = 2\hat{x}$.

(**f**) Exprimaţi $\vec{A}$ şi $\vec{C}$ într-un sistem de de referinţă obţinut din vechiul sistem de referinţă printr-o rotaţie de unghi $\pi/2$ în sensul orar şi de-a lungul axei Oz.

Soluţie.

L

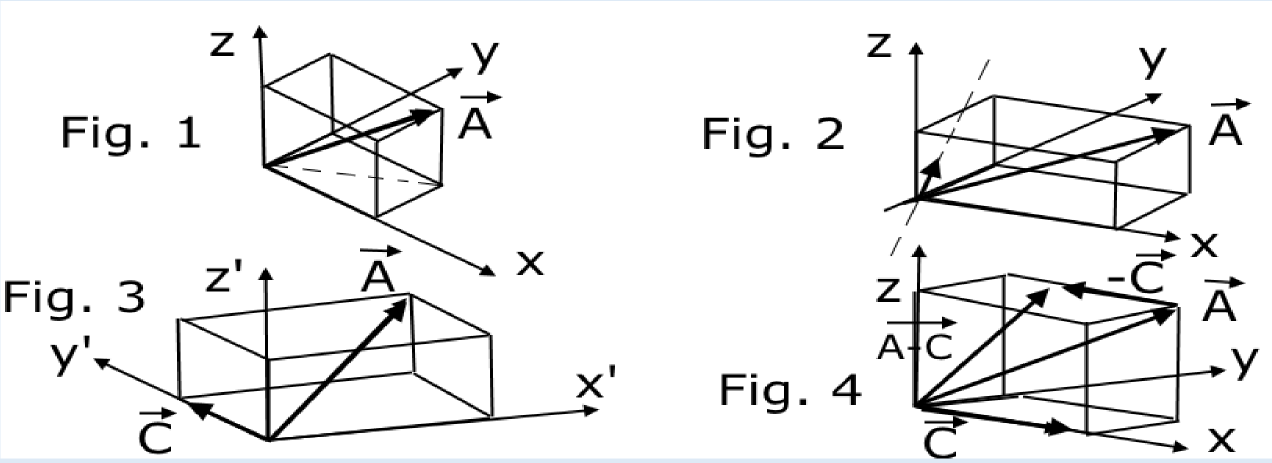
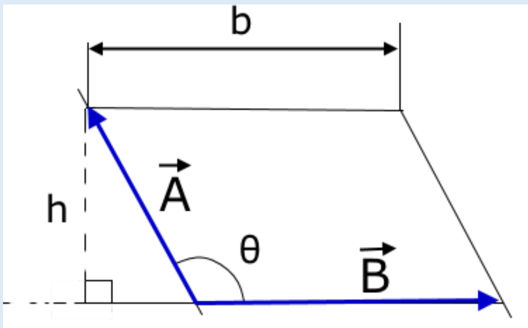
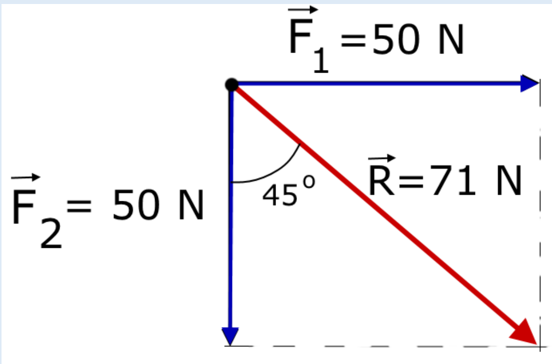
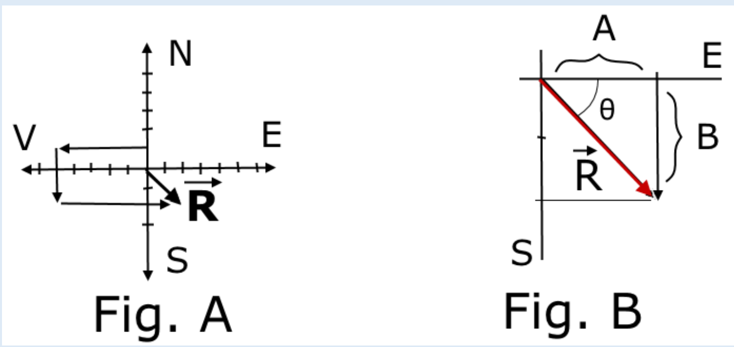
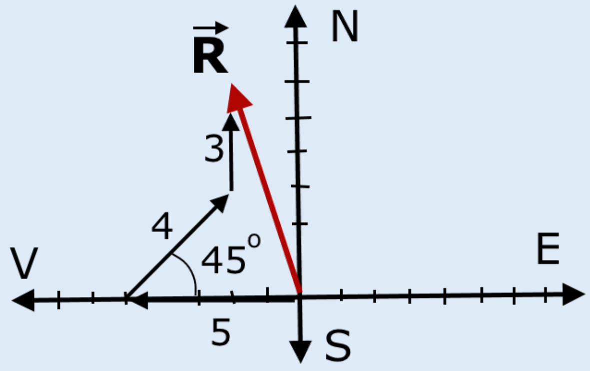


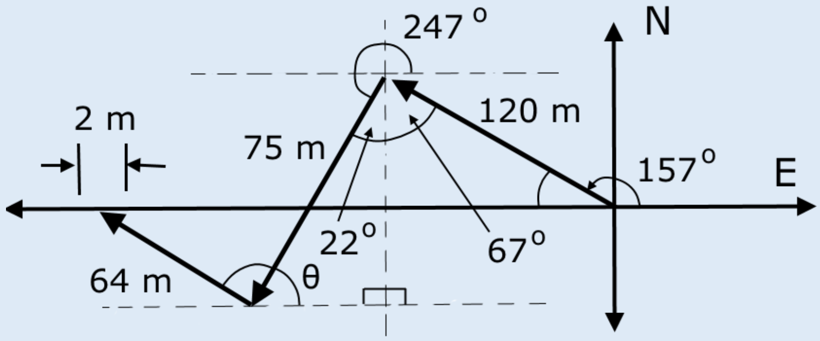
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
z
y
x
A
z'
y'
x'
C
-C
A-C

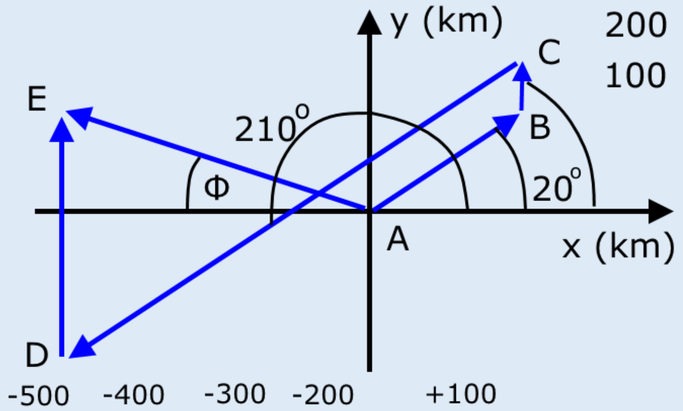

b
h
A
θ
B

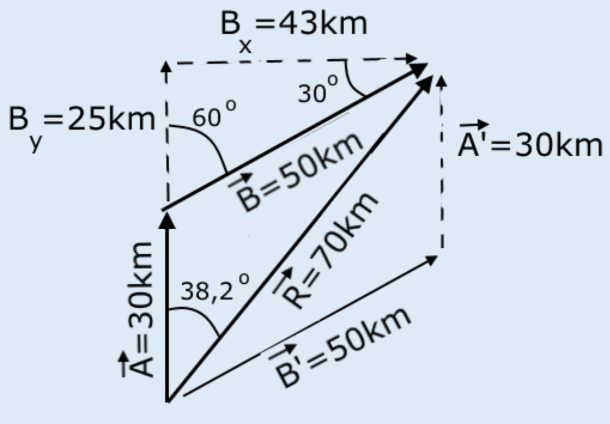

F1 =50 N
F2= 50 N
45°
R=71 N


N
V
E
R
S
Fig. A
A
E
θ
B
R
S
Fig. B


R
N
3
4
45°
V
E
5
S


247°
N
120 m
2 m
75 m
157°
E
22°
67°
64 m
θ


y (km)
200
C
100
E
210°
B
Φ
20°
A
x (km)
D
-500
-400
-300
-200
+100


B x =43km
30°
B y =25km
60°
A'=30km
B=50km
R=70km
A=30km
38,2°
B'=50km

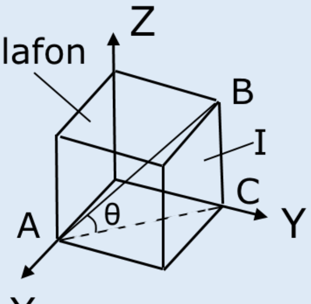


Fig. A

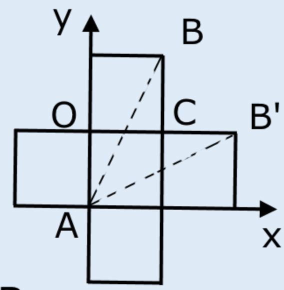


Fig. B

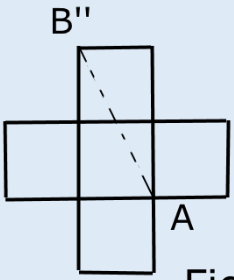


Fig. C

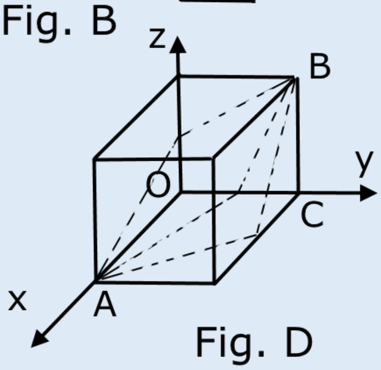


Fig. D

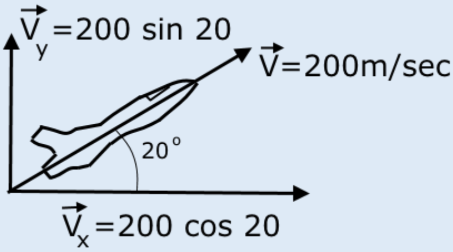


Fig. A

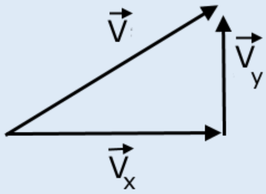
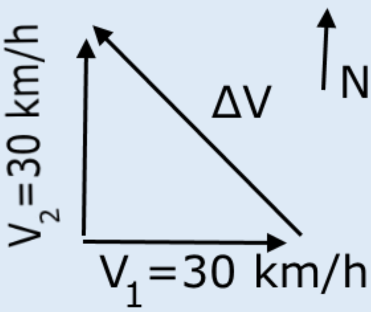
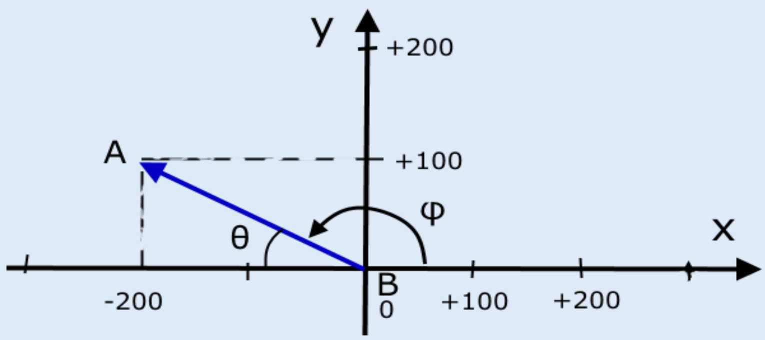
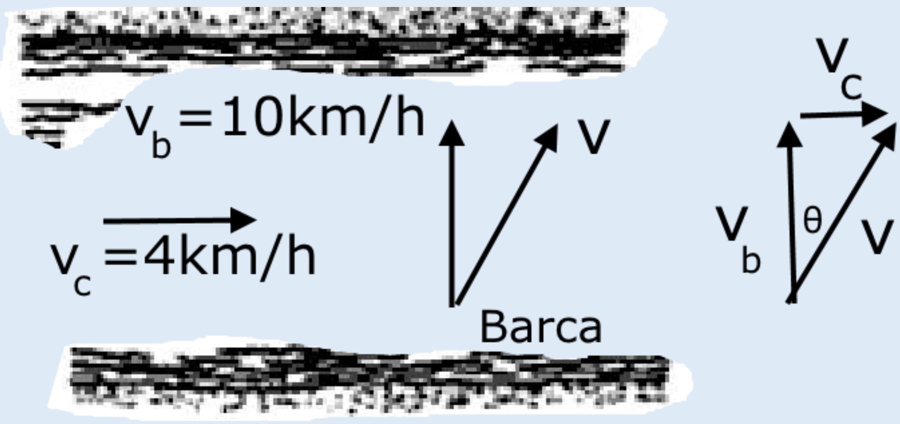


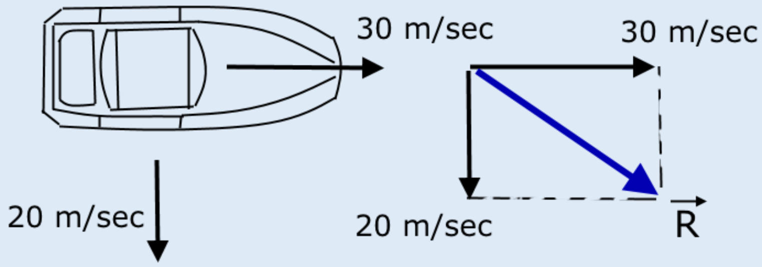
Fig. B



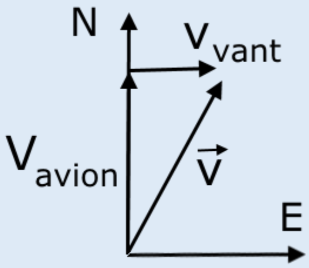




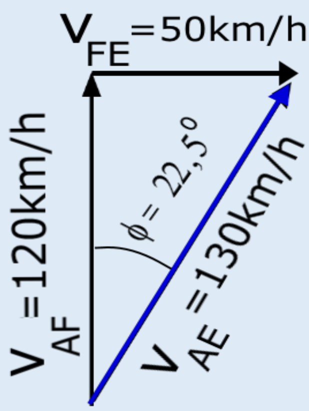
$v_b = 10km/h$
$v_c = 4km/h$
v
Barca
v_c
v_b
θ
v



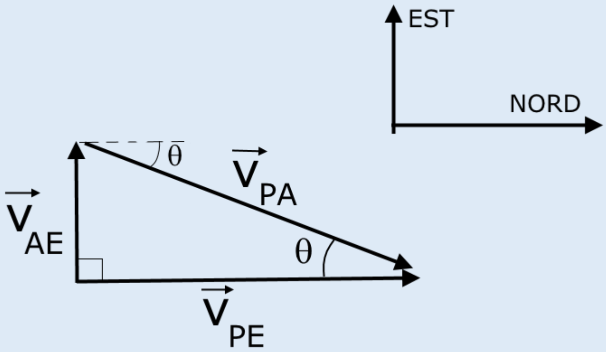
30 m/sec
20 m/sec
30 m/sec
20 m/sec
$\vec{R}$



N
v_{vant}
V_{avion}
$\vec{v}$
E



V_{FE}=50km/h
V_{AF}=120km/h
$\phi = 22,5^o$
V_{AE}=130km/h



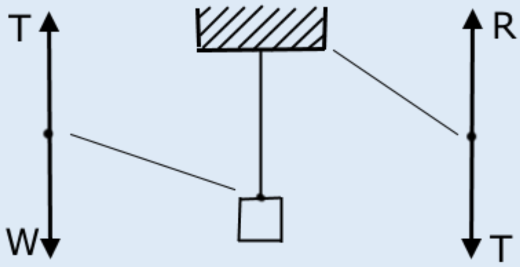


Fig. 1

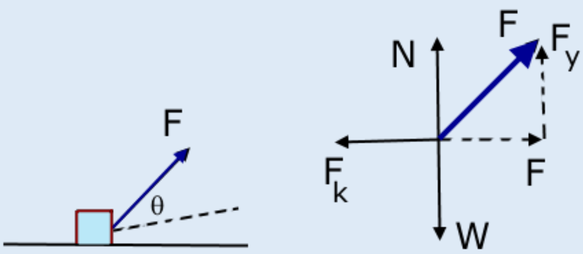


Fig. 2

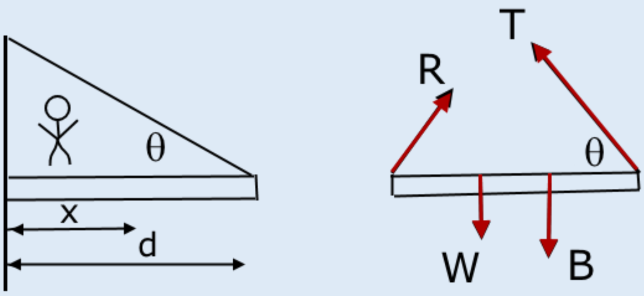


Fig. 3

[VECTOR DEPLASARE]

[VECTOR VITEZA]

STATICA FLUIDELOR

GENERALITATI

DENSITATE, PRESIUNE

PLUTIREA

FORTELE DIN FLUIDE

CAPILARITATEA

DINAMICA FLUIDELOR

TEMPERATURA

CALORIMETRIE

GENERALITATI

ENERGIE TERMICA

CALDURA DE TOPIRE

CALORIMETRIE

GAZE

GENERALITATI

PROPRIETATILE GAZELOR

LEGILE GAZELOR

TERMODINAMICA

GENERALITATI

ENTROPIE

CICLURI TERMICE

TRANSFER TERMIC

GENERALITATI

CONDUCTIVITATE TERMICA

RADIATIE TERMICA

ELECTROSTATICA

INTERACTIUNI ELECTROSTATICE

ELECTRODINAMICA

CIRCUITE ELECTRICE

MAGNETISM

GENERALITATI

CAMP MAGNETIC

FORTE MAGNETICE

CIRCUITE MAGNETICE

INDUCTIE MAGNETICA

CURENT ALTERNATIV

PUTERE ELECTRICA

MISCARE ONDULATORIE

ACUSTICA

OPTICA GEOMETRICA

GENERALITATI

REFLEXIE

REFRACTIE

PRISME

LENTILE SI INSTRUMENTE OPTICE

GENERALITATI

FOTOMETRIE

INTERFERENTA

DIFRACTIE

STRUCTURA ATOMICA SI MOLECULARA

EFECTE RELATIVISTE

MECANICA CUANTICA

RADIATII

RAZE X

REACTII NUCLEARE

PROBLEME SPECIALE

MOD DE ABORDARE

CINETICA SI CINEMATICA

APLICATII ALE CONSERVARII ENERGIEI

MOMENT UNGHIULAR

ELECTROMAGNETICA

INTERFERENTA SI DIFRACTIE

EFECTUL DOPPLER

PROPAGAREA UNDELOR SI UNDE STATIONARE

POLARIZARE

CIRCUITE REZISTIVE