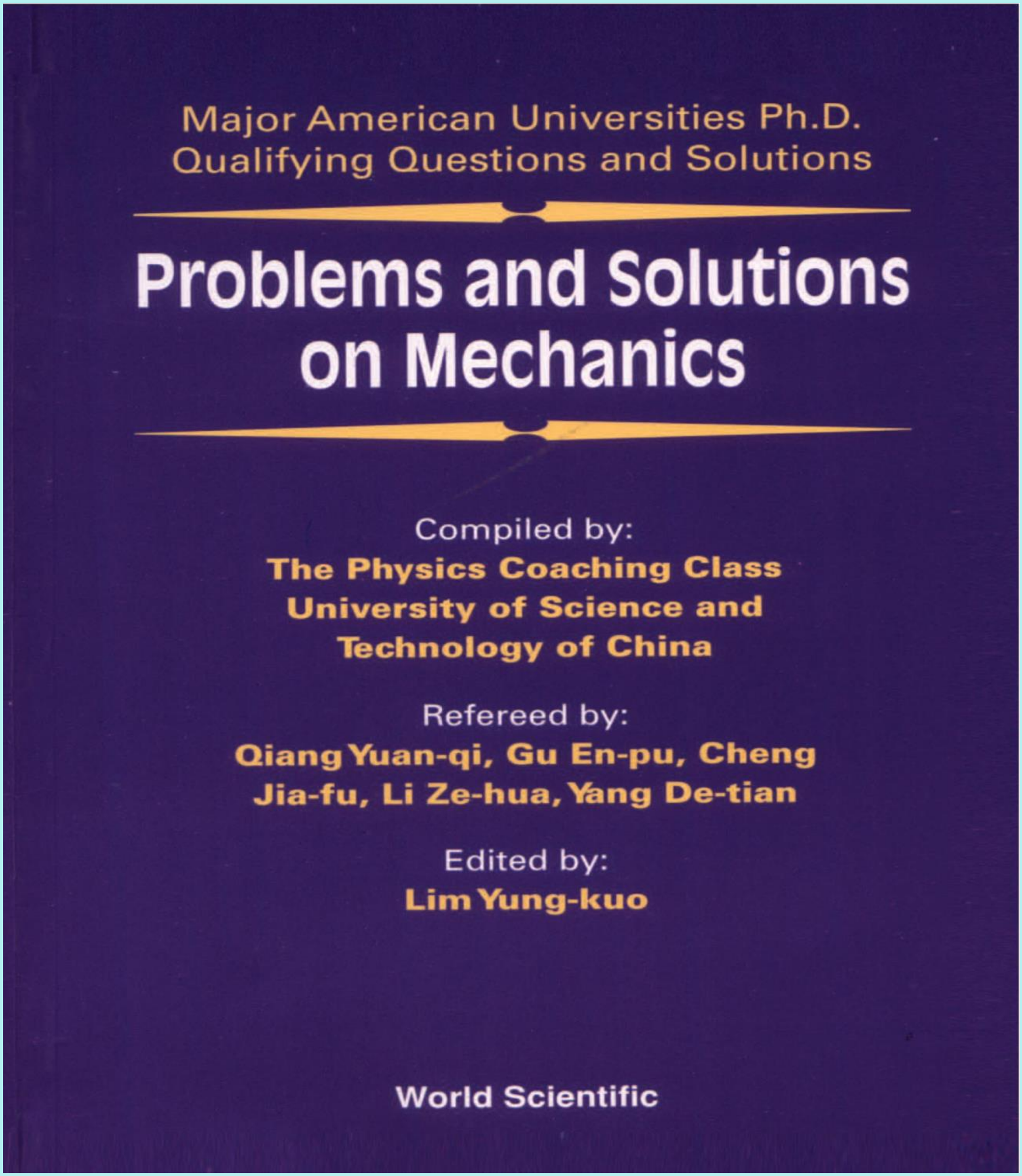
Probleme rezolvate de mecanică

TRADUCERE DE **NICOLAE COMAN**
DIN LUCRAREA:



Cuprins

PARTEA I. MECANICA NEWTONIANA

DINAMICA PUNCTULUI MATERIAL

⋆ **1001.** Un om de greutate *G* se află într-un ascensor de greutate *G*. Ascensorul accelerează vertical la o valoare *a* şi la un moment dat are viteza *v*.
(**a**) Care este greutatea aparentă a omului?
(**b**) Persoana urcă pe o scară verticală cu viteză *v* faţă de lift. Care este puterea omului?
(Wisconsin)

Soluţie:

(**a**) Greutatea aparentă a omului este:

$$F = G + \frac{G}{g}a = \left(1 + \frac{a}{g}\right) G,$$ unde *g* este acceleraţia gravitaţională.

(**b**) Puterea omului este:

$$Fv_{t=} \left(1 + \frac{a}{g}\right) G\ (V + v).$$

⋆ **1002.** O staţie spaţială orbitală este observată ca fiind mereu situată vertical deasupra aceluiaşi punct de pe Pământ. Unde se află observatorul terestru în acest caz? Descrieţi orbita staţiei spaţiale.
(Wisconsin)

Soluţie:

Observatorul se află la ecuator. Orbita staţiei spaţiale este un cerc situat în planul ecuatorial şi cu centrul în centru Pământului. Notăm cu *R* raza orbitei şi cu R_0 raza terestră.
Considerăm perioada orbitală ca fiind de 24 h (în realitate aceasta fiind de circa 23 de ore, 56 de minute şi 4 secunde). Avem:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{KMm}{R^2},$$ unde:

v = viteza staţiei spaţiale;
K= constanta universală gravitaţională;

m = masa staţiei;
M= masa Pământului.

Rezultă: $$v^2 = \frac{KM}{R}.$$

Cum însă: $$mg = \frac{KMm}{R_0^2}$$ se obţine: $$KM = R_0^2 g\,.$$

De aici:

$$v^2 = \frac{R_0^2 g}{R}\,.$$

Dar pentru o mişcare circulară cu viteza constantă v, perioada orbitală este:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Rezultă: $$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{R_0^2 g}{R}$$ şi

$$R = \left(\frac{R_0^2 T^2 g}{4\,\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = 4{,}2 \cdot 10^4\ km.$$

⋆ **1003.** Într-un parc de distracţii există un disc orizontal. Un copil se poate aşeza pe acesta la diverse distanţe faţă de centrul de rotaţie (**Fig. 1.1**). Când viteza de rotaţie a discului creşte, copilul poate aluneca spre periferie dacă forţa de frecare este insuficientă. Masa copilului este de 50 kg, iar coeficientul de frecare este 0,4. Viteza unghiulară a discului este 2 rad/s. Care este raza maximă R (distanţa faţă de centrul de rotaţie) pentru care copilul nu alunecă pe disc?

(Wisconsin)

Soluţie:
În momentul critic, când copilul este gata să alunece:

$$mR\omega^2 = \mu mg\,.$$

De aici:

$$R = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{0{,}4 \times 9.8\,\frac{m}{s^2}}{2^2\,rad^2 \cdot s^{-2}} = 0{,}98\,m.$$

Cum însă forţa centrifugă este proporţională cu raza, aceasta este raza maximă pentru care nu are loc alunecarea.

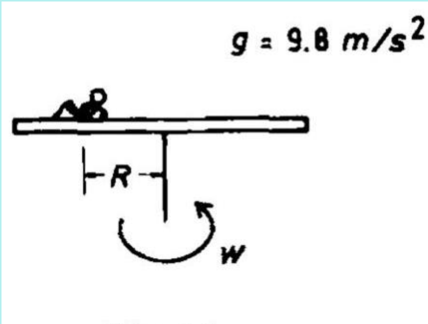


Fig. 1.1.

⋆ **1004.** Un fir trecut peste un scripete fără frecare are la unul din capete o masă de 9kg, iar la celălalt capăt de 7kg (**Fig. 1.2**). Calculaţi acceleraţia şi tensiunea din fir.

(Wisconsin)

Soluţie:
Neglijând momentul de inerţie al scripetelui, obţinem ecuaţiile mişcării:

$$m_1\,\ddot{x} = m_1 g - F$$

şi

$$m_2\,\ddot{x} = F - m_2 g\,.$$

Rezolvând sistemul format de cele două ecuaţii, se obţin tensiunea din fir:

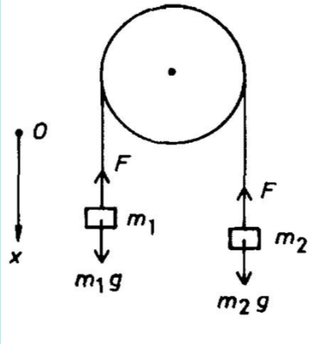


Fig. 1.2.

$$F = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 77{,}2\ N$$

şi acceleraţia sistemului:

$$\ddot{x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\ g = 1{,}225\frac{m}{s^2}.$$

⋆ **1005.** Unei cărămizi i se imprimă o viteză iniţială de 5 m/s şi aceasta urcă pe un plan înclinat cu unghiul 30° faţă de orizontală.Coeficientul de frecare este $\mu = \sqrt{3}/12$. După 0,5 s, la ce distanţă este cărămida faţă de poziţia iniţială? Se poate considera $g = 10\ m/s^2$.

(Wisconsin)

Soluţie:

Se alege un sistem cartezian de coordonate ca în **fig. 1.3**.

Pentru $\dot{x} > 0$, ecuaţia mişcării corpului este:

$$m\ddot{x} = -mg\sin\theta - \mu\, mg\cos\theta\ ,$$

de unde obţinem:

$$\ddot{x} = -g(\sin\theta + \mu\backslash cos\ \theta) = -\frac{5\ g}{8}.$$

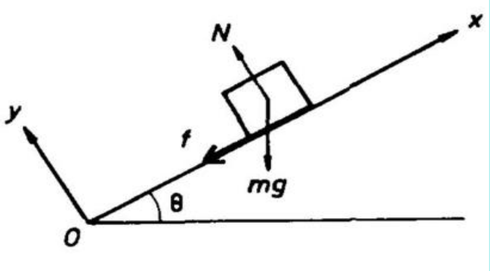


Fig. 1.3.

Timpul în care are loc mişcarea este:

$$t_1 = \frac{\dot{x}_0}{-\ddot{x}} = 5/(5g\ /8) = \ 0{,}25\ s$$

iar deplasarea cărămizii este:

$$x_1 = \dot{x}_0\ t_1 + \frac{1}{2}\ \ddot{x}\ t_1^2 = \frac{5}{8}\ m.$$

Pentru $t > t_1,\ \dot{x} < 0$ şi ecuaţia mişcării devine:

$$m\ddot{x} = -mg\sin\theta - \mu\, mg\cos\theta\ ,$$

sau

$$\ddot{x} = -g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = -\frac{3\ g}{8}.$$

Deplasarea în intervalul de timp $t_1 = 0{,}25\ s$ până la momentul $t_2 = 0{,}5\ s$ este:

$$\Delta x = \ \ddot{x}\frac{t^2}{2} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{3\ g}{8}\cdot\frac{1}{16} = -\frac{3}{8}\ m\ ,$$

astfel că deplasarea cărămizii la *t=0,5 s* este:

$$S = x_1 + \Delta x = 5/8 - 3/8 = 0{,}25\ m\ .$$

⋆ **1006.** O persoană cu masa de 80 kg sare de la o înălţime de *1 m* şi omite să îndoaie genunchii în momentul atingerii solului, motiv pentru care corpul său decelerează pe o distanţă de numai un centimetru.
Să se determine forţa care acţionează asupra picioarelor în momentul de impact.

(Wisconsin)

Soluţie:

Persoana posedă o energie mecanică $E_1 = mg(h + d)$ în momentul de impact.

Lucrul mecanic efectuat de acesta în perioada frânării mişcării este $E_2 = Fd$, unde F este forţa care acţionează asupra picioarelor. Egalând $E_1 = E_2$, obţinem:

$$F = \frac{mgh}{d} + mg = \left(\frac{80 \times 1}{0{,}01}\right) g = 8080\, g\ \mathrm{N}\,.$$

⋆ **1007.** O masă M alunecă fără frecare pe un tobogan de tip "montaigne russe" prezentat schematic în **fig. 1.4**. Secţiunile curbate au raza de curbură R. Masa începe căderea de la înălţimea h. La o anumită valoare a lui h, corpul pierde contactul cu toboganul. Indicaţi pe diagramă locul unde se întâmplă acest lucru şi calculaţi valoarea minimă a lui h pentru care are loc aceasta.

(Wisconsin)

Soluţie:

În momentul când mobilul ajunge în punctul A, reacţiunea normală a suprafeţei de sprijin este:

$$N = \frac{mv^2}{R} + mg\sin\theta\,,$$

unde v este viteza mobilului.

După ce acesta a trecut de punctul A:

$$N + \frac{mv^2}{R} = mg\sin\theta\,,$$

unde $\sin\theta = R/2R$, deci $\theta = 30°$.

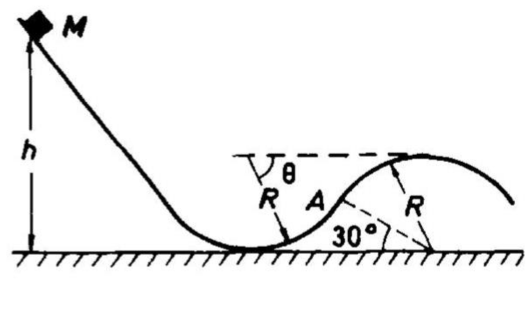


Fig. 1.4.

Masa pierde contactul cu calea de rulare dacă $N \le 0$. Acest lucru poate avea loc numai pe partea a doua a căii de rulare şi numai dacă:

$$\frac{mv^2}{R} \ge mg\sin\theta\,.$$

Conform legii conservării energiei:

$$mg\,[h - (R - R\sin\theta)] = \frac{1}{2}\,mv^2.$$

Rezultă:

$$h - R + R\sin\theta \ \ge \frac{R\sin\theta}{2}$$

sau

$$h \ge R - \frac{R\sin\theta}{2}\,.$$

DINAMICA SISTEMULUI DE PUNCTE MATERIALE

DINAMICA SOLIDULUI RIGID

DINAMICA CORPURILOR DEFORMABILE

PARTEA II. MECANICA ANALITICA

ECUATIILE LUI LAGRANGE

OSCILATIILE MICI

ECUATIILE CANONICE HAMILTON

PARTEA III. TEORIA RELATIVITATII

ANEXA

Culoarea paginii: 180, 240, 240